

# 2000年以降の世代重複モデル(OLGモデル)による 利子率と賃金上昇率の 長期的推移の比較

国立社会保障・人口問題研究所

佐藤 格 (社会保障基礎理論研究部第1室長)

金子 能宏(社会保障基礎理論研究部長)

# 世代重複モデル (OLGモデル)とは (Overlapping Generations Model: OLGモデル)

- 個人や家計の最適化を考慮した経済モデル
- 生存期間が有限である個人が每期複数人存在することを想定  
⇔代表的個人の想定
- 実物モデル: 物価変動はないという想定を置く⇔長期的な推計のため、物価の上昇と下落の両方の影響で物価上昇の影響はないことと同じになると想定  
(利子率は資本の収益率と同じになる)

## 最も簡単な例: 2期間モデル

- 一若年期と老年期の2期間にわたり生存する個人が存在
  - 一各時点において、若年期にある世代と老年期にある世代が同時に存在
    - ・若年期は労働を供給することで賃金を得る
    - ・老年期は労働を行わず、若年期の貯蓄をもとに消費を行う
- (若年期と老年期を1歳ごとに細分化したOLGモデルの体系をサーベイしたものととして川崎・島澤(2003)ESRIがある。)

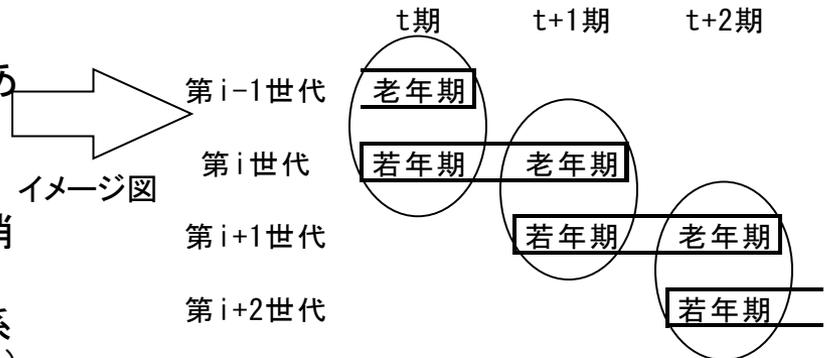
## 研究の系譜

### OLGのはじまり

- Samuelson(1958): 静学的モデル
- Diamond(1965): 動学的モデル

### 大規模なシミュレーション

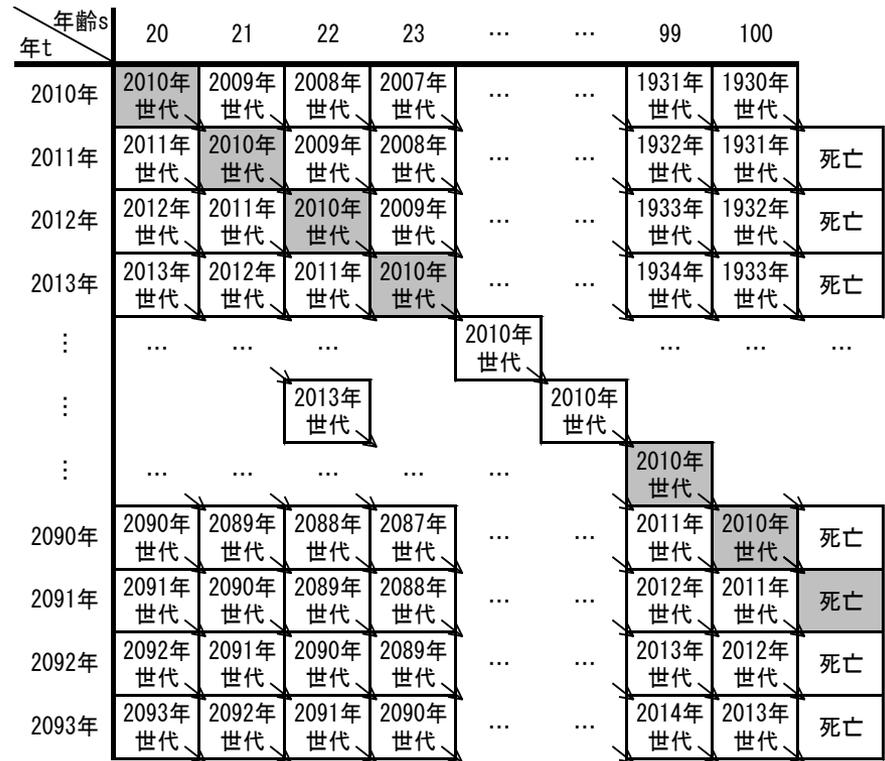
- Auerbach and Kotlikoff(1980)
- Auerbach and Kotlikoff(1983)
- Auerbach and Kotlikoff(1987): 社会保障(年金制度)の導入
- 本間・跡田・岩本・大竹(1987): 日本での適用例



# 年金制度の分析における 世代重複モデル(OLGモデル)の長所と留意点

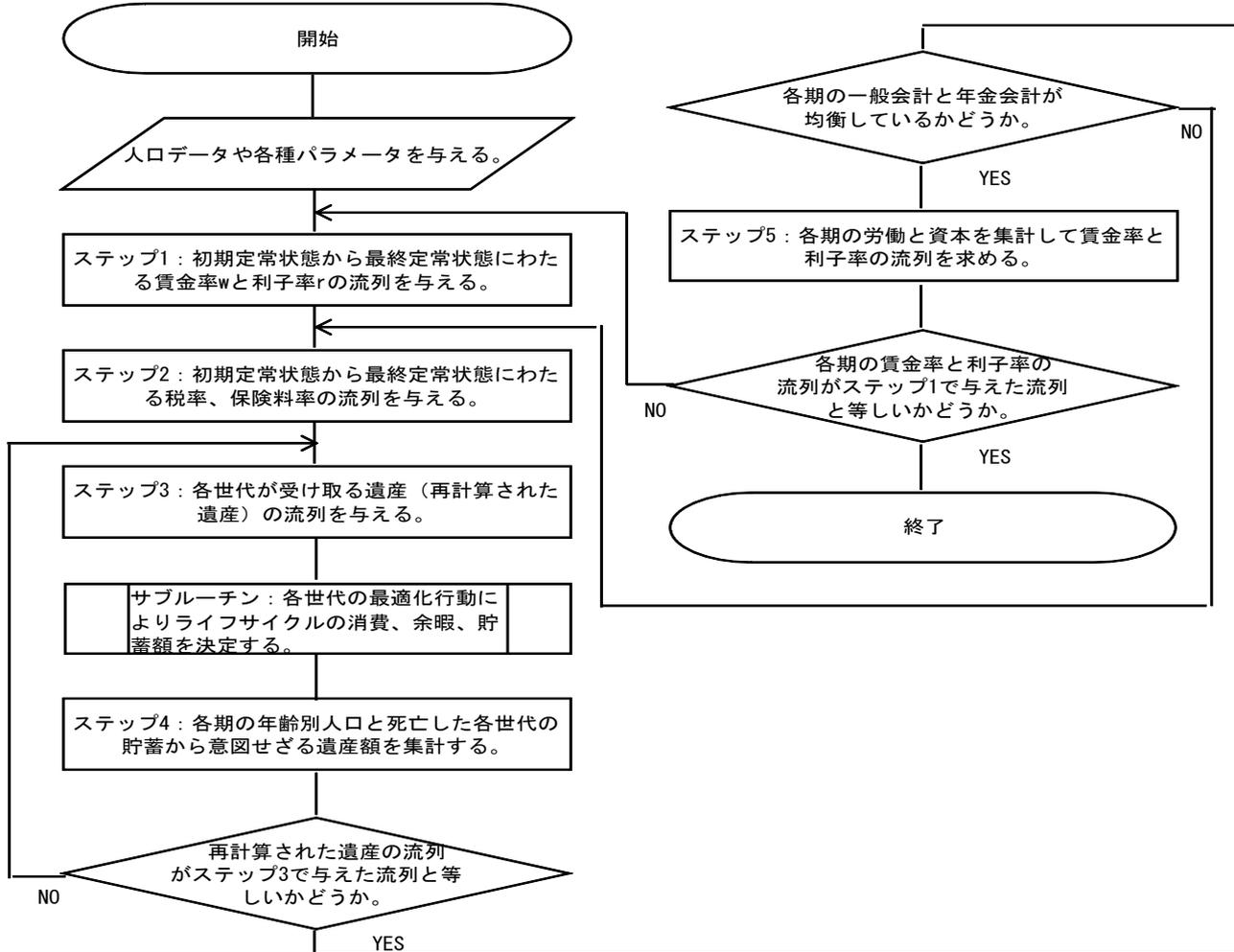
- 長所
- 世代重複モデル(OLGモデル)では世代毎のライフサイクルにおける(図の右下方向への矢印)消費貯蓄行動を計算できる。
  - 各世代がどのようにお金を徴収され、どのような給付を受けているのかを明らかにできる。
  - ⇔若年層から保険料を徴収し、高齢者層に給付を行う年金制度との親和性が高い。
- 個人の最適化行動の結果を反映した計算ができる。
- 各個人の行動を毎年集計して経済全体の動きを見ることができる。
- 留意点

個人ベースの消費経路の計算と年ベース(経済全体)の賃金や利子率(資本収益率)の収束計算が必要



(佐藤(2010)より引用)

# 計算のプロセス



(佐藤(2010)より引用)

# 今回取り上げる世代重複モデル (OLGモデル)の特徴

出典 特徴	Fehr et al. (2003)	川出 ほか (2003)	川出 (2003)	木村・ 橋本 (2008)	蓮見・ 中田 (2010)	小黒ほか (2010)	(参考) 佐藤 (2012)
生産関数	コブ=ダグ ラス	コブ=ダグ ラス	コブ=ダグ ラス	コブ=ダグ ラス (多部門)	コブ=ダグ ラス	コブ=ダグ ラス	コブ=ダグ ラス
労働供給	内生*	外生	内生	外生	内生	外生	内生
技術進歩の 想定	0%と想定	0%と想定 †	想定あり‡ (基準は0)	0%と想定	想定あり (年1.0%)	0.2%と想 定	0%と想定
人口	UNPD (2003)	社人研 (2002)	社人研 (2002)	社人研 (2002)	社人研 (2006)	内生**	社人研 (2012)
計算期間	2000～ 2300年	1965～ 2365年	1964～ 2365年	2001～ (2100年)	1960～ 2210年	2007～ 2507年	2010～ 2300年

\* 労働供給の内生・外生は、労働供給量が賃金等に依存してモデル内で決定されるか、あるいは固定的に与えているかを区別している。

\*\* 人口の内生・外生は、人口がモデル内で子ども数の選択等の形で決定されるか、あるいは所与のデータを使っているかで区別している。

† 過去の値については変動するが、将来の値はゼロ。

‡ 過去の値については変動するが、将来の値は基準ケースでゼロ、ただし0.1%を想定するケースあり。

# 比較に用いるOLGモデルの要約 (1)

Fehr et al.(2003)

- 移民の増加と公的年金の民営化が与える影響を分析
  - アメリカ・EU・日本の3地域モデル
  - 子供の効用を考慮
- 高齢化の進んだいずれの地域も資本ストックが減少するため、高齢化の度合いの違いから、資本はアメリカからEU や日本へと流出する
- 移民を倍増させることの効果は小さなものにとどまるが、公的年金の縮小は長期的な厚生を大きく増加させる
- 制度変更時において中高年世代となる家計の厚生は悪化するが、その程度は軽微である一方、若年世代、あるいは将来世代の厚生は大きく改善する
- 23歳で労働市場に参入し、68歳から90歳の間死亡
- 各世代の効用は自らの消費と子どもの消費から発生
- 生産は労働と資本によりなされる
- 利子率は限界生産力原理により求められる

$$U(j, t, s, k) = V(j, t, s, k) + H(j, t, s, k)$$

$$\begin{aligned} Y(t) &= F(K(t), L(t)) - 0.5\psi\Delta K(t)^2/K(t) \\ &= \phi K(t)^\varepsilon L(t)^{1-\varepsilon} - 0.5\psi\Delta K(t)^2/K(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r(t)q(t) &= F_{K(t)} + 0.5\psi(\Delta K(t)/K(t))^2 \\ &\quad + q(t+1) - q(t) \end{aligned}$$

式は上から順に効用関数・生産関数・利子率の決定式。基本的に以下同様。

# 比較に用いるOLGモデルの要約 (2)

## 川出ほか(2003)

- 社会資本の蓄積とその厚生への影響を分析
  - 公債残高や社会資本等を明示
- 公債残高の削減は長期的にGDPや効用水準を高める
- 公債残高が一定であれば、社会資本の蓄積は将来世代にとって望ましい効果をもつ
- 社会資本の厚生への評価は、生活基盤型社会資本の評価に強く依存する
- 20歳で労働市場に参入、生存確率に従い死亡
- 各世代の効用は消費と生活基盤型社会資本(GKL)から発生
- 生産は労働・資本・生産基盤型社会資本(GKP)によりなされる
- 利子率は限界生産力原理により求められる

$$E[V_k]$$

$$= \sum_{s=0}^{79} Q_{s,t+s-1} (1 + \delta)^{-(s-1)} U(C_{s,t+s-1}, GKL_{s,t+s-1})$$

$$Y_t = A_{proc,t} L_t^\alpha K_t^{1-\alpha} GKP_{t-1}^\beta$$

$$r_t = (1 - \alpha) A_{proc,t} L_t^\alpha K_t^{-\alpha} GKP_{t-1}^\beta - \delta_k$$

# 比較に用いるOLGモデルの要約 (3)

## 川出(2003)

- 税による資源配分のゆがみも考慮した世代間再分配効果を分析
  - 課税の種類による厚生の変化
- 川出ほか(2003)をもとに労働供給を内生化
- 複数の財政再建の方法の検討
- 財政再建は短期的に生産を悪化させるが、長期的には生産を増加させる
- 早急な財政の健全化が必要
- 技術進歩が生産や租税負担を改善する
- 出生数の変化が現役世代に及ぼす影響はわずか
- 20歳で労働市場に参入、生存確率に従い死亡
- 各世代の効用は消費と余暇と生活基盤型社会資本(GKL)から発生
- 生産は労働・資本・生産基盤型社会資本(GKP)によりなされる
- 利子率は限界生産力原理により求められる

$$E[V_k] = \sum_{s=0}^{79} Q_{s,j} (1 + \delta)^{-(s-1)} U(C_{s,j}, 1 - L_{s,j}, GKL_{s,j})$$

$$j = t + s - 1$$

$$Y_t = A_{proc,t} L_t^\alpha K_t^{1-\alpha} GKP_{t-1}^\beta$$

$$r_t = (1 - \alpha) A_{proc,t} L_t^\alpha K_t^{-\alpha} GKP_{t-1}^\beta - \delta_k$$

# 比較に用いるOLGモデルの要約 (4)

## 木村・橋本(2008)

- 多部門モデルによる財政再建の分析
  - 歳出削減の対象の違いが経済に与える影響
  - 消費税増税の効果
  - 一般会計の支出を教育、公共投資、その他の3種類に分類
- 教育支出とその他の政府支出削減のほうが公共投資削減よりも総生産の減少度合いが大きい
- 中期的には消費税を増税したほうがGDPの水準を高くできるが、長期的には公共投資と教育支出を削減するほうがGDPの水準が高くなる

- 23歳で労働市場に参入、81歳で死亡
- 寿命の不確実性なし
- 各世代の効用は消費と遺産から発生
- 生産は労働と資本によりなされる

$$U(C_s^j, S_{80}^j) = \sum_{i=s}^{80} (1 + \delta)^{-(i-s)} \frac{C_s^{j1-\gamma^{-1}}}{1 - \gamma^{-1}} + \beta(1 + \delta)^{-(80-s)} \frac{S_{80}^{j1-\gamma^{-1}}}{1 - \gamma^{-1}}$$

$$Q_t = \phi_t(LD_t)^\alpha (KD_t)^{1-\alpha}$$

# 比較に用いるOLGモデルの要約 (5)

## 蓮見・中田(2010)

- OLGモデルと保険数理モデルを連携させた分析
- OLGモデルから算出される賃金率・利子率を年金財政推計の経済前提算出のためのツールとして利用
  - 政府推計との比較可能性を保ちつつ、年金財政の経済想定のあるり方を検討
- 人口の減少および高齢化の進行は、被保険者数の減少という直接効果に加えて、高齢化が進むにつれて運用利回りが低下するという間接効果を通じて年金財政に不利に作用
- 高齢化とライフサイクルというダイナミックなマクロ変動のリスクをより考慮することが必要
- 20歳で労働市場に参入、生存確率に従い死亡
- 各世代の効用は消費から発生
- 生産は労働と資本によりなされる
- 利子率は限界生産力原理により求められる

$$U = \sum_s p_s \beta^s \frac{c_s^{1-\frac{1}{\gamma}}}{1-\frac{1}{\gamma}}$$

$$Y(t) = K(t)^\alpha (A(t)L(t))^{1-\alpha}$$

$$r(t) = \alpha \left( \frac{K(t)}{A(t)L(t)} \right)^{\alpha-1} - \delta_t$$

# 比較に用いるOLGモデルの要約 (6)

## 小黒ほか(2010)

- 人口を内生化し、子育て支援の拡充や年金給付削減の影響を分析
- 財政再建の可能性も併せて分析
- 財政の持続可能性を考慮しなければ、公債を財源とする子育て支援拡充が将来世代の効用を最も改善させる
- 財政の持続可能性を考慮しつつ子育て支援を拡充するならば、財源を資本課税に求めることが最も望ましい
- 将来世代の効用改善には、子育て支援拡充と財政再建をセットで行うことが望ましい
- 年金改革は給付削減よりも保険料の一部を消費税でまかなう方が将来世代の効用が改善する

- 21歳で労働市場に参入、85歳で死亡
- 寿命の不確実性なし
- 各世代の効用は消費と子どもの数から発生
- 生産は労働と資本によりなされる
- 利子率は限界生産力原理により求められる

$$U_t = \alpha \frac{n_t^{1-\sigma_1}}{1-\sigma_1} + (1-\alpha) \sum_{j=1}^{Z-20} \left( \frac{1}{1+\rho} \right)^j \frac{c_{t,j}^{1-\sigma_2}}{1-\sigma_2}$$

$$Y_t = AK_t^\epsilon L_{e,t}^{1-\epsilon}$$

$$R_t = 1 + r_t = \epsilon AK_t^{\epsilon-1} L_{e,t}^{1-\epsilon} + (1-\delta)$$

# 比較に用いるOLGモデルの要約 (7)

## 佐藤(2012)

- 新人口推計に対応したモデル
- 佐藤・上村(2006)をもとに再計算
  - 年金財源の調達方法と国庫負担の水準の変化が経済厚生や再分配に与える影響について分析
  - 2種類の遺産: 意図せざる遺産と消費としての遺産
- 2004年改正は世代間の公平性の確保には有効
- 年金財源の一部を消費税あるいは年金課税でまかなうことができれば、年金収益率の平準化や経済厚生のさらなる上昇が可能
- 20歳で労働市場に参入し、生存確率に従い死亡
  - 人口推計の改定に伴い、最長で105歳まで生存
- 各世代の効用は消費と余暇と遺産から発生
- 生産は労働と資本によりなされる
- 利子率は限界生産力原理により求められる

$$U_i = \sum_{s=0}^D p_s(t)(1 + \delta)^{-s} \left( \frac{u_{i,s}^{1-1/\gamma}}{1 - 1/\gamma} \right) + (1 + \delta)^{-(D+1)} \left( \frac{\theta A_{i,D+1}^{1-1/\gamma}}{1 - 1/\gamma} \right)$$

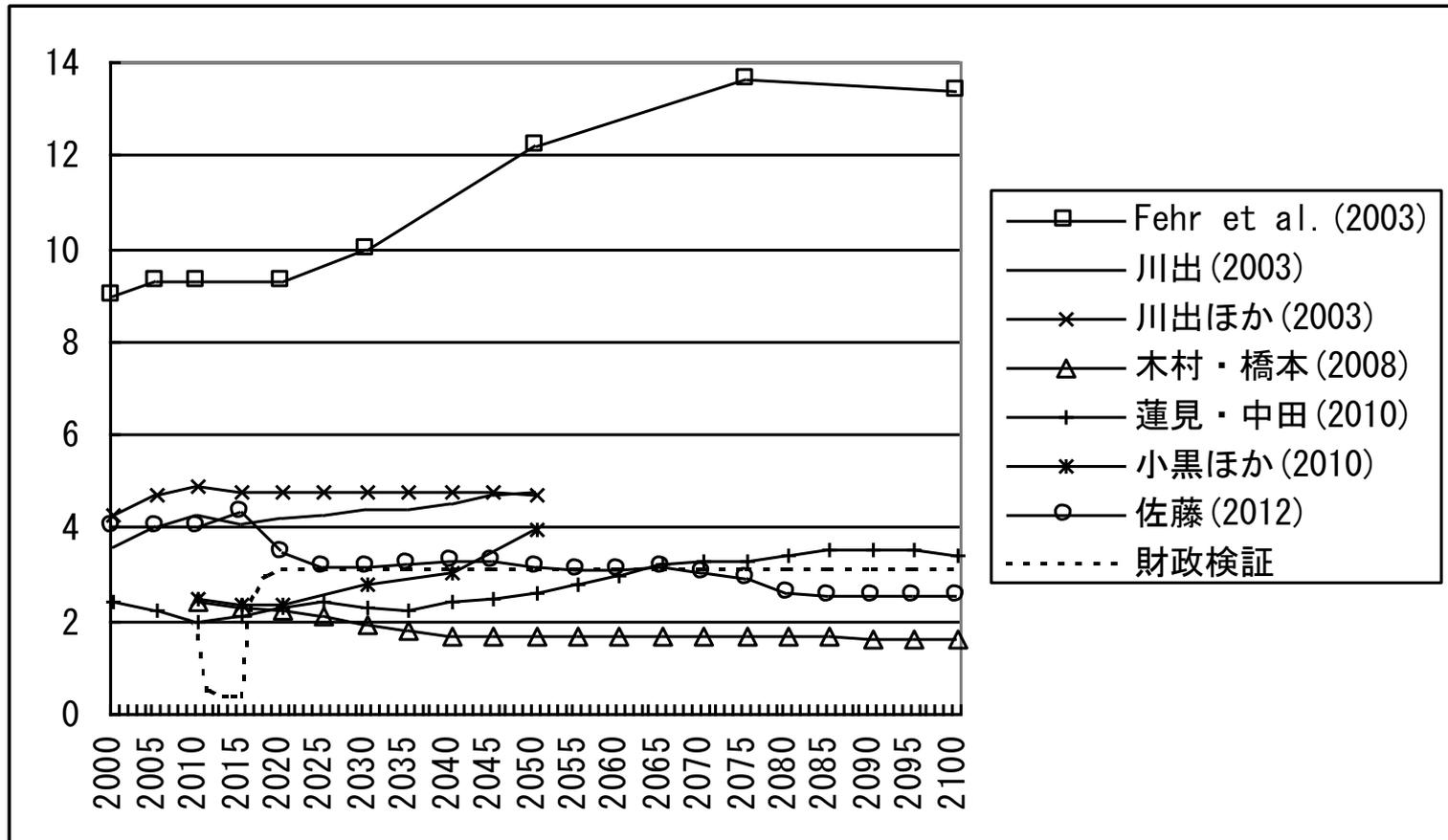
$$Y(t) = \Phi K(t)^\varepsilon L(t)^{1-\varepsilon}$$

$$r(t) = \varepsilon \Phi K(t)^{\varepsilon-1} L(t)^{1-\varepsilon}$$

# 各モデルの利子率や賃金上昇率、 GDP成長率の比較

- ここまで紹介した7本のモデルについて、利子率や賃金上昇率、GDP成長率を比較
- 利子率はすべての論文に記述があったが、賃金上昇率やGDP成長率は、論文内に記述のないものも存在
- 上昇率の形になっていないものについてはグラフ作成にあたり計算
- 論文中にグラフしかないものについては、論文中のグラフをもとに新たなグラフを作成したため、多少のずれが発生すると考えられる
- 基本的に5年間隔
- 参考として財政検証における利子率と賃金上昇率も示す
- 注意点
  - ほとんどのモデルは、利子率や賃金上昇率の水準を求めることが最終的な目的ではない
  - 他の目的(財政再建や社会保障改革など)を分析するためのツールとしてOLGモデルを用いる中で計算される値
  - GDP成長率も同様
    - 技術進歩率の設定次第で成長率が変化する可能性

# 各OLGモデルから得られた 利子率の推移

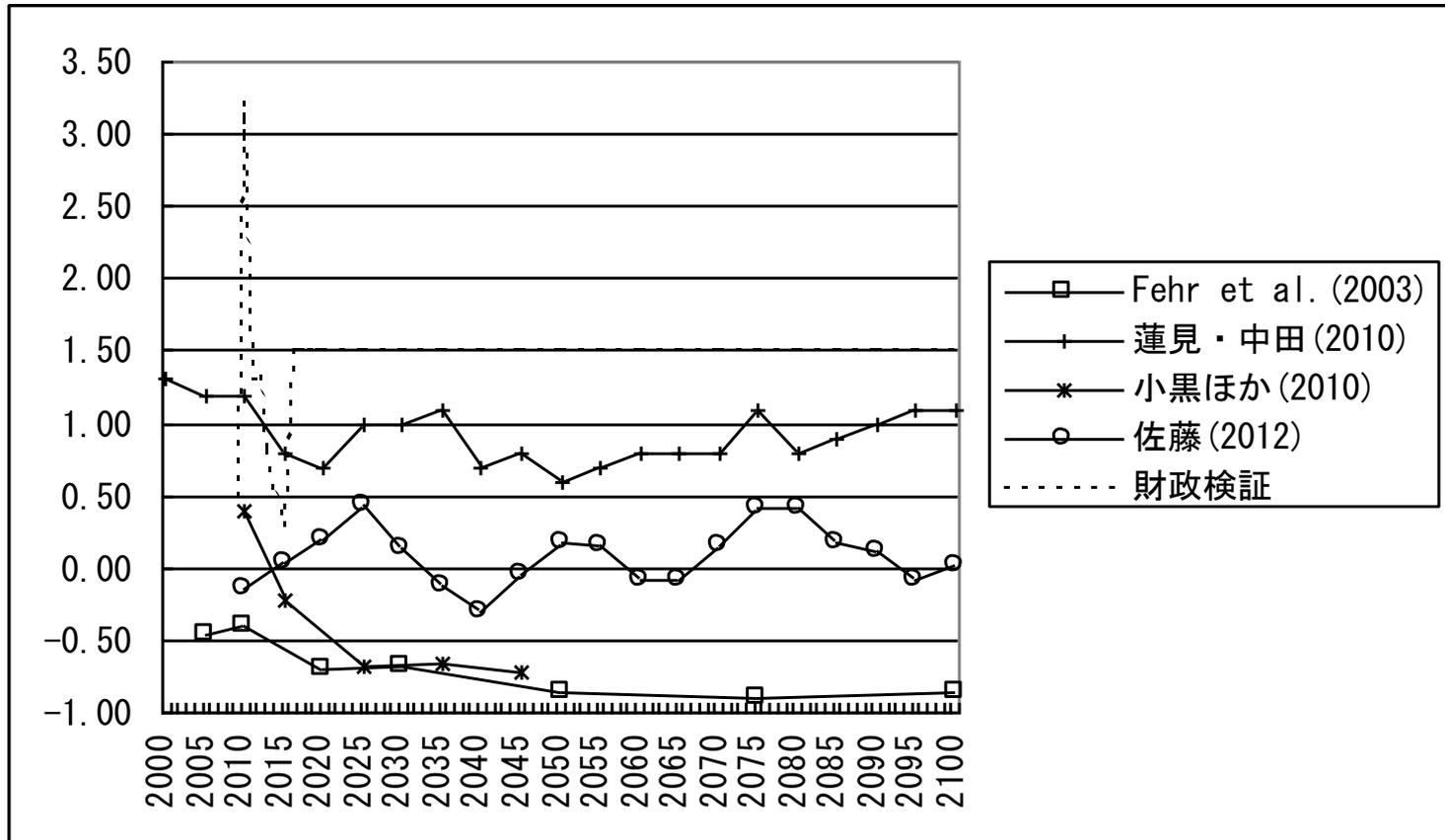


値は各論文中の図表等をもとに作成した近似値である。

利子率は実質利子率(p.2の通り、実物モデルであり物価水準の変動が考慮されないため)。

Fehr et al.は開放モデルであり、アメリカ・EU・日本で共通の利子率となる。

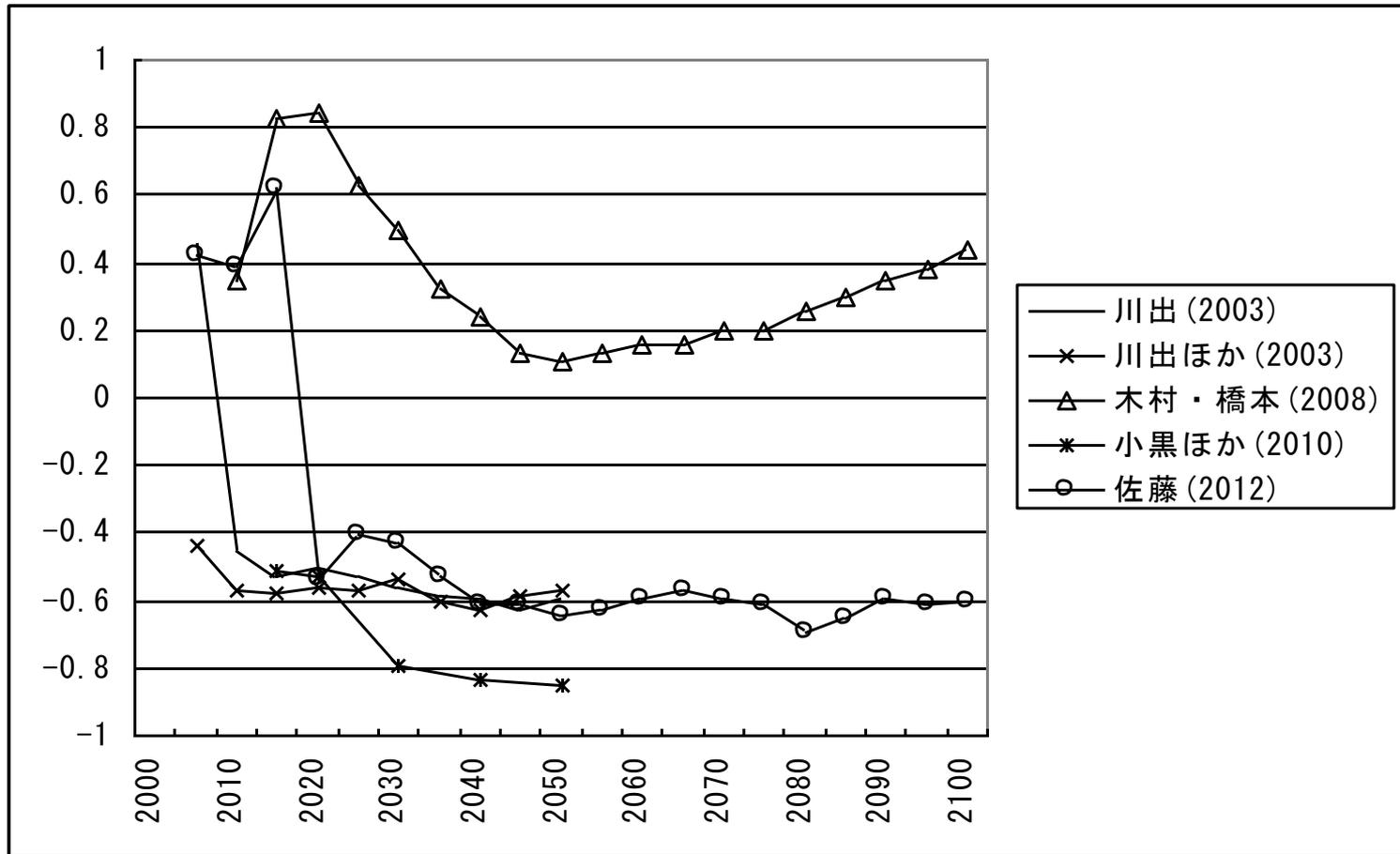
# 各OLGモデルから得られた 賃金上昇率の推移



値は各論文中の図表等をもとに作成した近似値である。

また各図表の賃金率を5年毎の賃金上昇率に再計算している。

# 各OLGモデルから得られた GDP成長率の推移



値は各論文中の図表等をもとに作成した近似値である。

また各図表の賃金率を5年毎の賃金上昇率に再計算している。

# OLGモデルの計算

- 各世代の各年齢について最適化を行い、それを集計した上で収束計算を行うため、膨大な計算量が必要
  - 大規模なモデルになるため、かなりの計算時間を要する  
⇒計算速度の速いプログラムを用いることが一般的: Fortran, C
  - 最近ではTROLLやMatlabなどの数値解析ソフトも用いられている
  - Web上でOLGモデルのプログラムを公開している例
    - (アメリカの例)
      - アメリカ連邦準備制度の調査に関するHP(<http://ideas.repec.org/e/pko44.html>)でのAuerbach-Kotlikoff Model (<http://dge.repec.org/codes/kotlikoff/akmodel.zip>)
    - (日本の例)
      - 関西大学 橋本教授\* (<http://www2.ipcku.kansai-u.ac.jp/~hkyoji/kenkyu/download.htm>)
      - 関西学院大学 上村教授\*\* (<http://www8.plala.or.jp/uemura/pesim2.html>)
- \* 要約(4)に記した論文の著者  
\*\* 要約(7)に記した論文の土台となった論文の著者

## 参考文献

- Auerbach and Kotlikoff(1987) “*Dynamic Fiscal Policy*”, Cambridge University Press.
- Auerbach and Kotlikoff(1983) “National Savings, Economic Welfare, and the Structure of Taxation”, NBER Working Papers, Vol. 729.
- Auerbach and Kotlikoff(1980) “National Savings, Economic Welfare, and the Structure of Taxation”, Cowles Foundation Discussion Paper, No.570
- Diamond(1965) “National Debt in a Neoclassical Growth Model”, The American Economic Review, Vol. 55, No. 5.
- Fehr, Jokisch, and Kotlikoff(2003) “The developed world's demographic transition – the roles of capital flows, immigration, and policy”, NBER Working Paper No.10096.
- Okamoto, A.(2004) *Tax Policy for Aging Societies: Lessons from Japan*, Springer
- Samuelson(1958) “An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money” The Journal of Political Economy, Vol. 66, No. 6.
- 麻生良文(1997)「少子化対策は年金負担を軽減するか」『人口問題研究』53巻4号
- 上村敏之(1999)「高齢化社会における租税・年金政策：ライフサイクル一般均衡モデルによるシミュレーション分析」『経済学研究(関西学院大学)』第30号, pp.65-88
- 上村敏之(2001)『財政負担の経済分析：税制改革と年金政策の評価』関西学院大学出版会
- 小黒一正・島澤諭・高畑純一郎(2010)「子育て支援と世代間効用 -人口内生OLGモデルの視点から-」『ESRI Discussion Paper Series』No.255.
- 川崎研一・島澤諭(2003)「一般均衡型世代重複モデルの開発—これまでの研究事例と今後の発展課題」『ESRI Discussion Paper Series』No.73 .
- 川出真清(2003)「高齢化社会における財政政策 -世代重複モデルによる長期推計-」『PRI Discussion Paper Series』No.03A-25.
- 川出真清・別所俊一郎・加藤竜太(2003)「高齢化社会における社会資本 -部門別社会資本を考慮した長期推計-」『ESRI Discussion Paper Series』No.64.
- 木村真・橋本恭之(2008)「多部門世代重複モデルによる財政再建の動学的応用一般均衡分析」『RIETI Discussion Paper Series』08-J-041.
- 佐藤格・上村敏之(2006)「世代間公平からみた公的年金改革の厚生分析」,『年金改革の経済分析-数量モデルによる評価』,日本評論社.
- 佐藤格(2010)「OLGモデルによる社会保障の分析」,『社会保障の計量モデル分析』,第2章,東京大学出版会.
- 佐藤格(2012)
- 蓮見亮・中田大悟(2010)「少子高齢化, ライフサイクルと公的年金財政」,『季刊社会保障研究』Vol.46,No.3.
- 本間正明・跡田直澄・岩本康志・大竹文雄(1987)「年金：高齢化社会と年金制度」,『日本経済のマクロ分析』,東京大学出版会.