推計平均在院日数の数理分析

〜推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の関係〜

平成２４（２０１２）年９月

厚生労働省保険局調査課

目　　次

はじめに

推計平均在院日数の動向は病院報告（大臣官房統計情報部）の平均在院日数の全国の月別動向や都道府県別の動向と一致する事実があり、平成２３（２０１１）年７月から「最近の医療費の動向」における入院医療費について、レセプト統計による推計平均在院日数、推計新規入院件数、推計１入院当たり医療費をホームページで公表している。（注１）

http://www.mhlw.go.jp/bunya/iryouhoken/database/

http://www.mhlw.go.jp/bunya/iryouhoken/database/zenpan/topics_h23.html

本稿の目的は、この事実の根拠などの数理分析を示すことにより、推計平均在院日数が病院報告の平均在院日数と実質的に同じものであることなど推計平均在院日数、推計新規入院件数、１入院当たり医療費への理解を深め、それらの医療保険や医療分野における活用に資することである。

なお、上記ホームページでは、推計平均在院日数の算定式が特別な仮定を置いて導かれているため、特別な場合にだけ有効な算定式と考えられているおそれがあるが、算定式を簡便に導くためにあえて置いた仮定であり、本稿で見るように、算定式そのものは仮定の不要な恒等式から導かれるので、どんな場合でも用いることができる。（注２）

本稿では、まず、平均在院日数等の算定式を恒等式から具体的に導き、その算定式の分析から、推計平均在院日数の値が病院報告の平均在院日数の値となる事実の数理的根拠を示す。ただし、統計の範囲に違いがあることに留意する。

次に、推計平均在院日数の算定式は、病院報告の平均在院日数における分母の算定式を一般化した「一般化された病院報告の平均在院日数」と一致することを示す。

そして、推計平均在院日数の伸び率が病院報告の平均在院日数の伸び率と一致する理由は、推計平均在院日数の値と病院報告の平均在院日数の値の乖離率は年度や月によらずに一定になっている事実による。なお、１２月、１月は他の月とは乖離率が異なる事実があるが、その理由は、推計平均在院日数が「一般化された病院報告の平均在院日数」であることから理解できる。

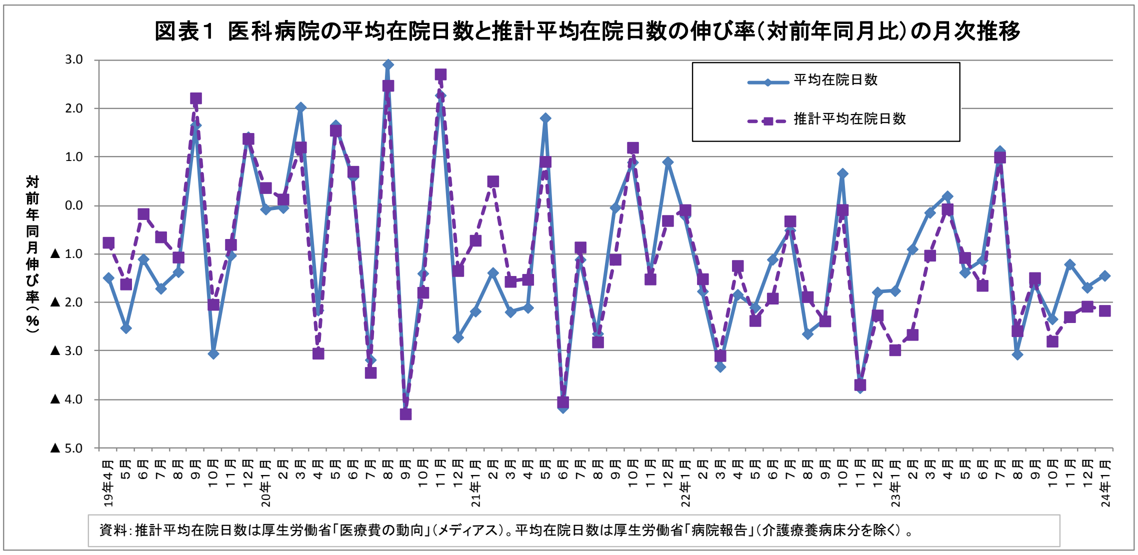
また、複数月のレセプトデータによる推計平均在院日数等の算定式には、各月の推計新規入院件数の合計を用いる本来の算定式のほかに、実務上負担の軽い簡便な算定式があり、利用者の便宜のため、ホームページでは簡便な算定式を示しているが、簡便な算定式と本来の算定式との差を数理的に評価し、通常の利用には簡便な算定式で差し支えないことを示す。さらに、２つの算定式と一般化された病院報告の平均在院日数との関係を示す。

なお、ホームページにおいて推計平均在院日数の算定式を説明する際に「一定の前提・仮定の下で」と記述しているが、その具体的な内容は、

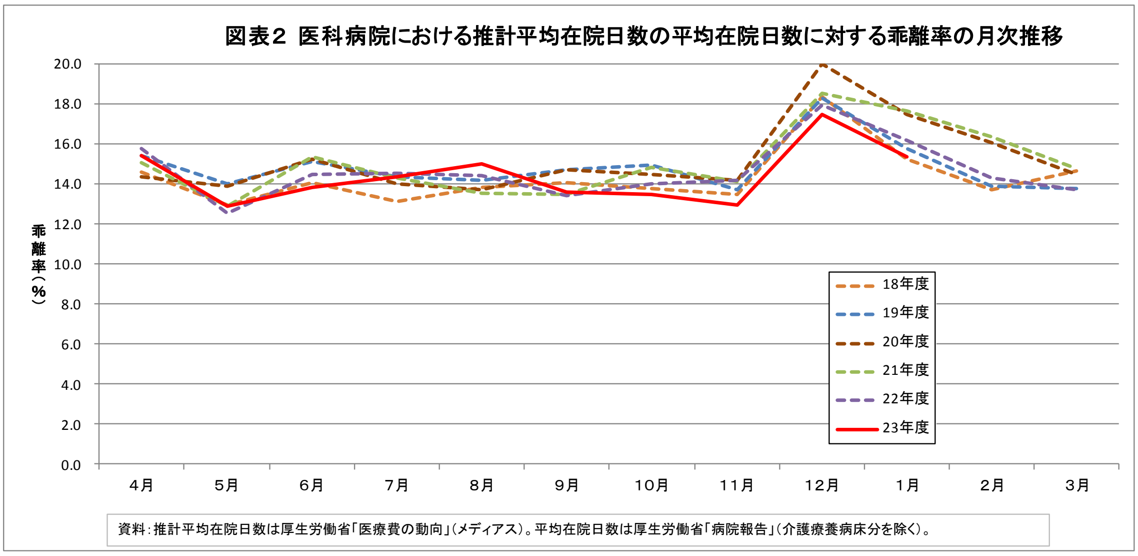
① 当月中の退院再入院はないものとして推計平均在院日数の算定式を導いていること。

② 複数月の推計平均在院日数の本来の算定式は、各月ごとに求めた推計新規入院件数の合計で、各月の入院受診延日数の合計を割るものであるが、利用者の便宜のため、ホームページ上では、複数月のレセプト統計の平均を単月統計とみなして推計平均在院日数等を求める簡便な算定式を示していること。

である。



図表１ 医科病院の平均在院日数と推計平均在院日数の伸び率（対前年同月比）の月次推移



図表２ 医科病院における推計平均在院日数の平均在院日数に対する乖離率の月次推移

１．一ヶ月のレセプト統計と病院報告の平均在院日数の算定式の関係

（１）記号の準備

任意の一ヶ月を想定する。数理分析のため、記号を導入する。

Ｄ：その月の暦上の日数。「月の日数」ともいう。例えば、４月は３０日である。

ｔ：その月の初日を１日として、初日から何日目かを示す。末日はＤ日である。

Ｚ（ｔ）：その月のｔ日の２４時現在の在院患者数（ｔ＝１，２，３・・Ｄ）

Ｚ（０）：前月の末日２４時現在の在院患者数とする。前月から継続して入院している患者数でもある。

ａ（ｔ）：その月のｔ日に新規に入院した患者数
（前月以前に退院しその月に再入院した者を含む）（ｔ＝１，２・・・Ｄ）

ｂ（ｔ）：その月のｔ日に退院した患者数（ｔ＝１，２・・・Ｄ）

ｎ（ｔ）：その月のｔ日の（レセプト上の）入院受診延日数
ｎ（ｔ）＝Ｚ（ｔ－１）＋ａ（ｔ）＝ｂ（ｔ）＋Ｚ（ｔ）（ｔ＝１，２・・・Ｄ）
とする。すなわち、当月中に退院再入院した者はいないとしている。

$A = a(1) + a(2) + \cdots + a(D) = \sum_{t=1}^{D} a(t)$　：その月の新規入院患者数

$B = \sum_{t=1}^{D} b(t)$ ：その月の退院患者数

$N = \sum_{t=1}^{D} n(t)$：　その月の入院受診延日数

Ｋ：その月のレセプト件数
Ｋ＝Ｚ（０）＋Ａ＝Ｂ＋Ｚ（Ｄ）である。

（２）病院報告の平均在院日数の表し方

病院報告の平均在院日数Ｈｈは、本来はレセプト統計より広い患者を対象としているが、対象範囲をレセプト統計に限定し（１）の記号を用いると、その定義により、

$$Hh = \frac{\sum_{t=1}^{D} Z(t)}{\frac{1}{2}(A+B)} = \frac{N - B}{\frac{1}{2}(A+B)}$$

したがって、

$$Hh + \frac{B}{\frac{1}{2}(A+B)} = \frac{N}{\frac{1}{2}(A+B)}$$

この式の右辺は医療保険の基本診療料の施設基準等における入院基本料の施設基準等の平均在院日数の算定方法（注３）に相当し、分析の簡明さから、本稿では今後「病院報告による平均在院日数」と言うときは、Ｈｈそのものでなく右辺の式の意味で用いることとする。病院報告で得られている統計は、新入院患者数Ａ，退院患者数Ｂ，在院患者延数 $\sum_{t=1}^{D} Z(t)$、月末在院患者数Ｚ（０）、Ｚ（Ｄ）である。特に $N = B + \sum_{t=1}^{D} Z(t)$ の関係式から、Ｎの統計も得られていることとなる。

２．病院報告の平均在院日数の算定式にならった推計平均在院日数の算定式の導出

病院報告の平均在院日数の算定式について、

①算定式は、診療報酬の入院基本料の平均在院日数の算定方法、ＯＥＣＤの平均在院日数の国際比較統計の算定及び介護保険の介護保健施設の平均在所日数の算定に用いられていること（注３）

②統計は定常状態とは限らない状況における医療政策等の指標となっていること、

③平成２０（２００８）年度からの第一次医療費適正化計画では病院報告の統計が目標値の設定に用いられていたこと

④統計が医療費同様毎月得られること、

なども考慮し、レセプト統計で得られる入院受診延日数Ｎ，入院件数Ｋを用いて、病院報告の平均在院日数にならった「推計平均在院日数」の算定式を求めることを考える。

算定式の分子であるＮは得られているので、分母の算定式が必要である。

（１）恒等式からなる連立方程式の設定とその解としての推計新規入院件数の導出

１の記号の定義から、$K=Z(0)+A = B+Z(D)$ より、

$$K=\frac{1}{2}\times K+\frac{1}{2}\times K = \frac{1}{2}\times(A+B)+\frac{1}{2}\times(Z(0)+Z(D))$$

$n(t)=Z(t-1)+a(t)=b(t)+Z(t)$ より、

$$N=\sum_{t=1}^{D} n(t)=\sum_{t=1}^{D}\{Z(t-1)+a(t)\}=\sum_{t=1}^{D}\{b(t)+Z(t)\}$$

から、Ｋと同様にして、

$$N=\frac{1}{2}\times\sum_{t=1}^{D}\{Z(t-1)+a(t)\}+\frac{1}{2}\times\sum_{t=1}^{D}\{b(t)+Z(t)\}$$

$$=\frac{1}{2}\times(A+B)+\frac{1}{2}\times(Z(0)+Z(D))+\sum_{t=1}^{D-1}Z(t)$$

これから、Ｚ（ｔ）を用いたＮの恒等式が得られる。

$$\boxed{N=\frac{1}{2}\times(A+B)+\frac{1}{2}\times(Z(0)+Z(D))+\sum_{t=1}^{D-1}Z(t)}$$

ここで、

$$Z(1)=Z(0)+a(1)-b(1)$$

$$Z(2)=Z(1)+a(2)-b(2)$$
$$=Z(0)+a(1)-b(1)+a(2)-b(2)$$

以下同様にして、各式を縦に加算することにより、

$$\sum_{t=1}^{D-1}Z(t) =(D-1)\times Z(0)+\sum_{t=1}^{D-1}\{a(t)-b(t)\}(D-t)$$

また、

$$Z(D-1)=Z(D)-(a(D)-b(D))$$

$$Z(D-2)=Z(D-1)-(a(D-1)-b(D-1))$$
$$=Z(D)-(a(D)-b(D))-(a(D-1)-b(D-1))$$

以下同様にして、各式を縦に加算することにより

$$\sum_{t=1}^{D-1} Z(t) = (D-1) \times Z(D) - \sum_{t=2}^{D} \{a(t) - b(t)\} \times (t-1)$$

よって、Σ記号の添え字に注意して、

$$N = \frac{1}{2} \times (A+B) + \frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D)) \times D + \sum_{t=1}^{D} \{a(t) - b(t)\} \left(\frac{D+1}{2} - t\right)$$

以上から、K，Nを表現する２つの恒等式が得られる。

$$K = \frac{1}{2} \times (A+B) + \frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D))$$

$$N = \frac{1}{2} \times (A+B) + \frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D)) \times D + \sum_{t=1}^{D} \{a(t) - b(t)\} \left(\frac{D+1}{2} - t\right)$$

Kはフロー統計である$\frac{1}{2} \times (A+B)$と、ストック統計である$\frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D))$からなるので、２つの恒等式をこの２つの統計の連立方程式と考え、$\frac{1}{2} \times (A+B)$について解くため、$\frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D))$を消去すると、

$$\frac{K \times D - N}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) + \frac{\sum_{t=1}^{D} \{a(t) - b(t)\} \left(t - \frac{D+1}{2}\right)}{D-1}$$

$K \times D - N = K \times \left(D - \frac{N}{K}\right)$ であるから、次の恒等式が得られる。

$$K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) + \frac{\sum_{t=1}^{D} \{a(t) - b(t)\} \left(t - \frac{D+1}{2}\right)}{D-1}$$

Dは周知であるから、左辺はレセプト統計N，Kにより計算することができる。右辺の第１項は病院報告の平均在院日数の分母である。左辺の式を「推計新規入院件数」と呼びSと書くことにする。この名前は、旧政府管掌健康保険や国民健康保険で算定していた平均在院日数の分母に新規入院件数を用いていたことにちなんでいる。

右辺の第２項をＪとおくと、

$$S = K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) + J$$

Ｚ（ｔ）を用いたNの式から上記の手順でSを計算すると次の恒等式が得られる。

$$K \times \frac{D - \frac{N}{K}}{D-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) + \frac{1}{2} \times (Z(0) + Z(D)) - \frac{\sum_{t=1}^{D-1} Z(t)}{D-1}$$

推計新規入院件数Ｓが病院報告の平均在院日数の分母である$\frac{1}{2} \times (A+B)$と一致するため

の必要十分条件はＪ＝０である。Ｊ＝０は、２つの同値な条件式

$$\Sigma_{t=1}^{D}\{a(t)-b(t)\}\left(t-\frac{D+1}{2}\right)=0$$

$$\frac{1}{2}\times(Z(0)+Z(D))-\frac{\Sigma_{t=1}^{D-1}Z(t)}{D-1}=0$$

で表される。後者の式は、

$$\frac{1}{2}\times(Z(0)+Z(D))=\frac{\Sigma_{t=0}^{D}Z(t)}{D+1}$$

と表され、このことからＪ＝０の意味がわかる。

推計新規入院件数が病院報告の分母と一致する必要十分条件はＪ＝０である。 これは、前月から継続して入院している患者数（前月末日の在院患者数）とその月の初日から末日までの各日の在院患者数からなる（Ｄ＋１）個の在院患者数の平均が、前月から継続して入院している患者数と翌月に継続して入院する患者数（末日の在院患者数）の平均であることである。

（２）推計新規入院件数は病院報告の平均在院日数の分母となること

Ｊの動向を調べるため、ＡとＢは既知として、ａ（ｔ）、ｂ（ｔ）が

$$A=\Sigma_{t=1}^{D}a(t)\quad B=\Sigma_{t=1}^{D}b(t)\qquad a(t)\geqq 0,\ b(t)\geqq 0$$

を満たすように変動するとする。Ｊ＝０となる具体例を見よう。

１つの例として、この月のどの日についても、日ごとに新規入院件数が違い、日ごとに退院件数が違うが、どの日も新規入院件数と退院件数の差し引き件数は同じとした場合、２４時現在の在院患者数は毎日一定の人数だけ増加（あるいは減少）を続けることになる。

ａ（ｔ）－　ｂ（ｔ）＝　Ｃ　（ｔによらない）（ｔ＝１，２、・・Ｄ）

このとき、

$$\Sigma_{t=1}^{D}\left(t-\frac{D+1}{2}\right)=0$$

であることから、Ｃの値によらずにＪ＝０となり、推計新規入院件数は病院報告の平均在院日数の分母である$\frac{1}{2}\times(A+B)$と一致する。Ａ≠Ｂでもよく、定常状態とは限らない。

したがって、一般の状況では、常に

ａ（ｔ）－ｂ（ｔ）＝Ｃ＋ｅ（ｔ）　（ｔ＝１，２、・・Ｄ）

$$C=\frac{A-B}{D}\qquad \Sigma_{t=1}^{D}e(t)=0$$

と表すことができるが、上記のことから

$$J=\frac{\Sigma_{t=1}^{D}e(t)\left(t-\frac{D+1}{2}\right)}{D-1}$$

となる。ａ（ｔ）－ｂ（ｔ）は、ｔ日における在院患者数の増加分であるが、Ｊの値は、増加分の大きさではなく、増加分の変動にあたるｅ（ｔ）だけによる。(ベクトル｛ｅ（ｔ）｝

の（D－１）個の独立成分のうち１個だけＪ≠０、残りの（D－２）個はＪ＝０）
もう１つの例として、ｔ＝１，２、３・・・Dについて

$$a(t) - b(t) = a(D+1-t) - b(D+1-t)$$

の関係を満たしｔごとに任意の値をとるとすると、定常状態ではないが、Ｊ＝０となる。

もっと一般に、新規入院、退院がそれぞれの日に様々な件数で発生する状況を考える。

仮定：
Ａ，Ｂを既知、２つの数列｛ａ（ｔ）：ｔ＝１，２・・・D｝｛ｂ（ｔ）：ｔ＝１，２・・D｝が、

$$A = \sum_{t=1}^{D} a(t) \qquad B = \sum_{t=1}^{D} b(t) \qquad a(t) \geqq 0,\ b(t) \geqq 0$$

を満たし、独立に多項分布（D項分布）をするものとする。１件の新規入院、退院がどの日に発生するかはどの日も同様に確からしいとし、どの日も発生確率は$\frac{1}{D}$とする。

結論：次が成り立つ。

$$\text{期待値}\quad E(J) = 0 \qquad E(S) = \frac{1}{2}\times(A+B)$$

$$\text{分散}\quad V(J) = \frac{(A+B)\times(D+1)}{12\times(D-1)} = V(S)$$

$$\text{変動係数}\quad \frac{\sqrt{V(S)}}{E(S)} = \frac{\sqrt{V(J)}}{\frac{1}{2}\times(A+B)} = \sqrt{\frac{D+1}{3\times(A+B)\times(D-1)}}$$

$S = \frac{1}{2}\times(A+B)\times\left(1+\frac{J}{\frac{1}{2}\times(A+B)}\right)$ の$\frac{1}{2}\times(A+B)$ からの乖離率について

$$E\left(\frac{J}{\frac{1}{2}\times(A+B)}\right) = 0$$

$$\sqrt{V\left(\frac{J}{\frac{1}{2}\times(A+B)}\right)} = \frac{\sqrt{V(J)}}{\frac{1}{2}\times(A+B)} = \sqrt{\frac{D+1}{3\times(A+B)\times(D-1)}}$$

これは、Ａ，Ｂが大きければ大きいほど、乖離率の標準偏差は小さくなり、レセプト統計の推計新規入院件数は病院報告の平均在院日数の分母に近くなることをあらわす。

$$\sqrt{\frac{D+1}{3\times(A+B)\times(D-1)}} \leqq \sqrt{\frac{29}{3\times(A+B)\times 27}} \fallingdotseq \frac{0.4231}{\sqrt{\frac{A+B}{2}}} = \sigma$$

とすると、Ｊが正規分布をするかどうか不明のため、いかなる分布でも適用することがで

きるチェビシェフの不等式を用いて、９６％（$=1-\left(\frac{1}{5}\right)^{2}$）以上の確率で

$$\frac{1}{2}\times(\mathrm{A}+\mathrm{B})(1-5\times\sigma)\leqq \mathrm{S}\leqq\frac{1}{2}\times(\mathrm{A}+\mathrm{B})(1+5\times\sigma)$$

が成り立つ。

（３）病院報告の平均在院日数にならって推計平均在院日数の算定式を定義

レセプト統計では、得られている統計はＮ，Ｋであり、Ｄは周知である。

推計新規入院件数Ｓは、

$$\mathrm{S}=\mathrm{K}\times\frac{\mathrm{D}-\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{K}}}{\mathrm{D}-1}=\frac{1}{2}\times(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\frac{\sum_{t=1}^{\mathrm{D}}\{a(t)-b(t)\}\left(t-\frac{\mathrm{D}+1}{2}\right)}{\mathrm{D}-1}$$

であり、Ｊ＝０のとき$\mathrm{S}=\frac{1}{2}\times(\mathrm{A}+\mathrm{B})$。

また、（２）における仮定の下で、Ａ，Ｂが大きければ大きいほど、レセプト統計の推計新規入院件数は病院報告の平均在院日数の分母に近くなる。

このため、Ｓを病院報告の平均在院日数の分母とみなし、病院報告の平均在院日数の算定式にならい、レセプト統計における推計平均在院日数を、

$$\mathrm{H}=\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{S}}=\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{K}}\times\frac{\mathrm{D}-1}{\mathrm{D}-\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{K}}}$$

と定義する。特に、Ｊ＝０のとき、Ｈは病院報告の平均在院日数の算定式と一致する。

$\mathrm{N}=\mathrm{S}\times\mathrm{H}$　　入院受診延日数＝推計新規入院件数×推計平均在院日数

であるので、実務上は、入院一件当たり日数$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{K}}$から推計平均在院日数を求め、

$\mathrm{S}=\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{H}}$　　推計新規入院件数　＝入院受診延日数÷推計平均在院日数

により、推計新規入院件数を求めるほうがわかりすい。

（２）における仮定の下では、９６％以上の確率で

$$\frac{1}{2}\times(\mathrm{A}+\mathrm{B})(1-5\times\sigma)\leqq \mathrm{S}\leqq\frac{1}{2}\times(\mathrm{A}+\mathrm{B})(1+5\times\sigma)$$

となっているから、

$$\frac{1}{2}\times(\mathrm{A}+\mathrm{B})(1-5\times\sigma)\leqq\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{H}}\leqq\frac{1}{2}\times(\mathrm{A}+\mathrm{B})(1+5\times\sigma)$$

よって、９６％以上の確率で

$$\frac{\mathrm{N}}{\frac{1}{2}(\mathrm{A}+\mathrm{B})\times(1+5\times\sigma)}\leqq\mathrm{H}\leqq\frac{\mathrm{N}}{\frac{1}{2}(\mathrm{A}+\mathrm{B})\times(1-5\times\sigma)}$$

となる。（２）における仮定の下で、具体例をみる。

例　$\frac{1}{2}\times(A+B)$　＝１００のとき　　σ＝　４．２％　５σ＝２１．２％

１,０００のとき	１．３％	６．７％
１０,０００のとき	０．４％	２．１％
１００,０００のとき	０．１％	０．７％
１,０００,０００のとき	０．０４％	０．２％

３．推計平均在院日数は「一般化された病院報告の平均在院日数」と一致

上記２において、$\frac{1}{2}$のかわりに任意の実数θを用いても同様の変形ができる。

$$K=\theta\times K+(1-\theta)\times K$$
$$N=\theta\times N+(1-\theta)\times N$$

から、任意の実数θについて成り立つ次の恒等式が得られる。

$$N=\theta A+(1-\theta)B+(\theta Z(0)+(1-\theta)Z(D))+\sum_{t=1}^{D-1}Z(t)$$

同様に、任意の実数θについて成り立つ２つの恒等式を得る。

$$K=\theta A+(1-\theta)B+\theta Z(0)+(1-\theta)Z(D)$$
$$N=\theta A+(1-\theta)B+(\theta Z(0)+(1-\theta)Z(D))\times D$$
$$+\sum_{t=1}^{D}\{a(t)-b(t)\}(\theta D+(1-\theta)-t)$$

この二つの恒等式から$\theta=\frac{1}{2}$　のときと同様に、$\theta A+(1-\theta)B$を求めるため、

$\theta Z(0)+(1-\theta)Z(D)$を消去し、推計新規入院件数、推計平均在院日数を定義する。

$$S=K\times\frac{D-\frac{N}{K}}{D-1}=\theta A+(1-\theta)B+\frac{\sum_{t=1}^{D}\{a(t)-b(t)\}(t-(\theta D+(1-\theta)))}{D-1}$$
$$=(\theta A+(1-\theta)B)+(\theta Z(0)+(1-\theta)Z(D))-\frac{\sum_{t=1}^{D-1}Z(t)}{D-1}$$
$$H=\frac{N}{S}=\frac{N}{K}\times\frac{D-1}{D-\frac{N}{K}}$$

$$\sum_{t=1}^{D}\{a(t)-b(t)\}(t-(\theta D+(1-\theta)))$$
$$=\sum_{t=1}^{D}\{a(t)-b(t)\}t-(\theta D+(1-\theta))(A-B)$$

であるから、A≠Bのとき、$\theta = \dfrac{\sum_{t=1}^{D}\{a(t)-b(t)\}t-(A-B)}{(D-1)(A-B)}$ とすると、

$$\sum_{t=1}^{D}\{a(t)-b(t)\}(t-(\theta D+(1-\theta))=0$$

$$(\theta Z(0)+(1-\theta)Z(D))-\frac{\sum_{t=1}^{D-1}Z(t)}{D-1}=0$$

となる。このとき、$S=K\times\dfrac{D-\frac{N}{K}}{D-1}=\theta A+(1-\theta)B$となり、

$$H=\frac{N}{S}=\frac{N}{\theta A+(1-\theta)B}=\frac{N}{K}\times\frac{D-1}{D-\frac{N}{K}}$$

このHは、病院報告の平均在院日数の分母$\frac{1}{2}\times(A+B)$における加重平均の重みを$\frac{1}{2}$から一般の実数θに変更したθA＋（1－θ）Bを分母にしたものと一致しているので、「一般化された病院報告の平均在院日数」と呼ぶこととすれば、推計平均在院日数は一般化された病院報告の平均在院日数と一致するということになる。

具体的には、$S=\dfrac{\sum_{t=1}^{D}\{a(t)-b(t)\}t-A+B\times D}{D-1}$ となっている。

$\frac{1}{2}$ の場合にならって、θの意味を調べる。

$$(\theta Z(0)+(1-\theta)Z(D))-\frac{\sum_{t=1}^{D-1}Z(t)}{D-1}=0$$

$$\left(\theta\left(1-\frac{2}{D+1}\right)+\frac{1}{D+1}\right)Z(0)+\left((1-\theta)\left(1-\frac{2}{D+1}\right)+\frac{1}{D+1}\right)Z(D)=\frac{\sum_{t=0}^{D}Z(t)}{D+1}$$

Z（0）とZ（D）の係数は、それぞれθ、1－θにほぼ一致するので、

前月から継続して入院している患者数とその月の初日から末日までの各日の在院患者数からなる（D＋1）個の在院患者数の平均は、前月から継続して入院している患者数と翌月に継続して入院する患者数（末日の在院患者数）のほぼθの加重平均となっている。

なお、ホームページにおいて推計平均在院日数の算定式を簡便に導くために特別に置いた仮定は、n（1）＝a（1）＋Z（0）という関係式において

n（1）×D＝N、a（1）×D＝A

と仮定するものである。この仮定から、N＝A＋Z（0）×Dとなり、次の式を満たすθは、θ＝1となっている。

$$\sum_{t=1}^{D}\{a(t)-b(t)\}(t-(\theta D+(1-\theta)))=0$$

θ＝1であるので、ホームページにあるように、

$$S=A\qquad H=\frac{N}{K}\times\frac{D-1}{D-\frac{N}{K}}=\frac{N}{A}$$

となる。（注１）

以上をまとめる。

レセプト統計が一ヶ月の場合で$A \neq B$とする。

このとき、推計平均在院日数は一般化された病院報告の平均在院日数に等しく、ただひとつの実数θがあって、

$$H = \frac{N}{K} \times \frac{D - 1}{D - \frac{N}{K}} = \frac{N}{\theta A + (1 - \theta) B} \qquad \theta = \frac{\sum_{t=1}^{D}\{a(t) - b(t)\}t - (A - B)}{(D-1)(A-B)}$$

となる。

このθは、次の同値な条件を満たし、新規入院件数、退院件数が月のどの日にどのように発生するかという分布状況により決まるもので、

前月から継続して入院している患者数とその月の初日から末日までの各日の在院患者数からなる（D＋1）個の在院患者数の平均を、前月から継続して入院している患者数と翌月に継続して入院する患者数（末日の在院患者数）の加重平均で表す時の重みとなっている。

この関係式は2．と異なり、A，Bの大きさにはよらない。

また、$0 \leqq \theta \leqq 1$となるとき、推計新規入院件数は、新規入院件数と退院件数の間にある。

$$\sum_{t=1}^{D}\{a(t) - b(t)\}t = (\theta D + (1 - \theta)) \times (A - B)$$

$$\frac{\sum_{t=0}^{D} Z(t)}{D+1} = \left(\theta\left(1 - \frac{2}{D+1}\right) + \frac{1}{D+1}\right) Z(0) + \left((1-\theta)\left(1 - \frac{2}{D+1}\right) + \frac{1}{D+1}\right) Z(D)$$

一方、病院報告の平均在院日数は、上記のHの右辺の算定式において常に$\theta = \frac{1}{2}$としたものであり、新規入院件数、退院件数が月のどの日にどのように発生するかという分布状況に依存しない計算となっている。

したがって、推計平均在院日数の分母と病院報告の平均在院日数の分母の差は、

$$(\theta A + (1 - \theta)B) - \frac{1}{2}(A + B) = \left(\theta - \frac{1}{2}\right)(A - B)$$

であって、θが$\frac{1}{2}$に近いほど、またAとBの差が小さいほど上記の差は小さくなり、推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の分子が共通なため、A，Bの大きさにはよらずに、推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の値は近くなる。

４．推計平均在院日数と全国の病院の月別平均在院日数の動向との比較

（１）推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の統計の範囲等の違い

推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数には次のような違いがあるため数値が異なることがある。

①入院患者の範囲の違い

病院報告の対象となる患者には医療保険適用や公費負担医療の患者以外に、レセプト統計には含まれないその他（正常な分娩や検査入院、労災、自費診療など）の患者が含まれる。

②算定方法の違い

推計平均在院日数は入院の１件当たり日数から算定する。病院報告の平均在院日数は在院患者数と新入院患者数、退院患者数から算定する。

③退院日が含まれるかどうかの違い

入院受診延日数には退院日も含まれるが、病院報告の在院患者延数には含まれない。

また、入院期間中に外泊した場合、外泊機関の日数は入院受診延日数に含まれ、外泊期間中の患者の延数も同様に病院報告の在院患者延数に含まれる。

さらに、推計平均在院日数では、入院期間中に加入する医療保険を変更した場合、変更前後で別のレセプトに計上されるため、連続した入院として扱われないこととなる。

（2）推計平均在院日数は全国の病院の月別平均在院日数の動向と一致

病院報告の病院の平均在院日数（介護療養病床を除く）とレセプト統計による病院の推計平均在院日数の全国の月別動向を比較すると、対前年同月比（伸び率）は一致している。(図表１)

一方、実数は推計平均在院日数のほうが長く、推計平均在院日数の平均在院日数に対する乖離率は、１２月、１月を除き月によらず同程度である。(図表２）また、１２月、１月を含めた各月ごとに乖離率の年度推移をみるとどの月も年度によらず一定である。

１２月、１月の乖離率の水準は他の月と異なるが、乖離率の年度推移は安定している。

このため、どの月についても以下のように推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の対前年同月比（伸び率）が一致する。

各月について

乖離率（当年度）＝乖離率（前年度）

により、

$$\frac{\text{推計平均在院日数（当年度）}}{\text{推計平均在院日数（前年度）}}=\frac{\text{病院報告平均在院日数}(\text{当年度})\times(１+\text{乖離率})\text{（当年度）}}{\text{病院報告平均在院日数}(\text{前年度})\times(１+\text{乖離率})\text{（前年度）}}$$

$$=\frac{\text{病院報告平均在院日数}(\text{当年度})}{\text{病院報告平均在院日数}(\text{前年度})}$$

また、１２月、１月以外の各月の乖離率は同程度であることから、病院報告の平均在院日数と推計平均在院日数の実数の変化の様子は、乖離率分の差を除くと同じである。

乖離があることについては、（１）の入院患者の範囲の違い、特に在院日数の短い正常な分娩や検査入院などを含む病院報告の平均在院日数は推計平均在院日数より短めであり、退院日の扱いでさらに短くなる。また、算定に用いるレセプト統計と病院報告の統計のとりかたの違いによるものもあると考えられる。

（３）１２月、１月における推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の乖離率

すべての月について、入院患者の範囲の違いと退院日の扱いの違いは共通の要因であるから、図表２にみるように、１２月、１月以外の各月の乖離率が月によらず同程度であるということは、上記の推計平均在院日数の分母と病院報告の平均在院日数の分母の差が同程度であることを示し、１２月と１月はその差が大きいことを示す。

この差は、

$$(\theta A+(1-\theta)B)-\frac{1}{2}(A+B)=\left(\theta-\frac{1}{2}\right)(A-B)$$

であり、θと$\frac{1}{2}$の差、ＡとＢの差を調べることで分析できる。

レセプト統計ではθもＡ，Ｂも調べることができないが、病院報告ではＮ，Ａ，Ｂ、Ｚ（０）,Ｚ（Ｄ）（月末在院患者数）の統計が得られているので、

$$N-B=\sum_{t=1}^{D-1}Z(t)+Z(D)$$

の関係式を利用して、

$$\theta=\frac{\frac{N-B-Z(D)}{D-1}-Z(D)}{Z(0)-Z(D)}$$

によりθを求め、分析できる。

分析結果は、１２月については、推計平均在院日数の分母はほぼ新規入院件数となっている。退院患者数は他の月に比べ新入院患者数より多く、病院報告の平均在院日数の分母は他の月に比べ大きめとなり平均在院日数は他の月より短めとなるため、乖離率は他の月より大きくなる。

１月は推計平均在院日数の分母はほぼ退院件数となっている。新入院患者数が他の月に比べ退院患者数より多く、病院報告の平均在院日数の分母は他の月に比べ大きめとなり平均在院日数は他の月より短めとなるため、乖離率は他の月より大きくなる。

このように、１２月、１月の乖離率が他の月と異なることは、推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の分母の算定方法の違いにより理解することができる。

５．複数月のレセプト統計と推計平均在院日数等の算定式

（１）記号の準備と病院報告の平均在院日数

月数をＭ（Ｍ≧２）とし、各月をｍ月（ｍ＝１，２、・・Ｍ）と呼ぶことにする。

Ｄ（ｍ）：ｍ月の暦上の日数。月の日数ともいう。

$$D = \sum_{m=1}^{M} D(m)$$ ：対象期間の暦上の日数

Ｚ（ｍ、ｔ）：ｍ月のｔ日の２４時現在の在院患者数（ｔ＝１，２，３・・Ｄ（ｍ））

Ｚ（ｍ、０）：ｍ月の前月の（ｍ－１）月の末日２４時現在の在院患者数とする。
（ｍ－１）月から継続して入院している患者数でもある。

Ｚ（ｍ、０）＝　Ｚ（ｍ－１、Ｄ（ｍ－１））（ｍ＝２、３・・Ｍ）である。

ａ（ｍ、ｔ）：ｍ月のｔ日に新規に入院した患者数（前月以前に退院し当月再入院した者を含む）（ｔ＝１，２・・・Ｄ（ｍ））

ｂ（ｍ、ｔ）：ｍ月のｔ日に退院した患者数（ｔ＝１，２・・・Ｄ（ｍ））

ｎ（ｍ、ｔ）：ｍ月のｔ日の（レセプト上の）入院受診延日数

ｎ（ｍ、ｔ）＝Ｚ（ｍ、ｔ－１）＋ａ（ｍ、ｔ）（ｔ＝１，２・・・Ｄ（ｍ））
とする。これは、どの月にも、当該月に退院し同月中に再入院する者はいないとしている。

$$A(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} a(m, t)$$ ：ｍ月の新規入院患者数

$$A = \sum_{m=1}^{M} A(m) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{t=1}^{D(m)} a(m, t)$$ ：全月の新規入院患者数

$$B(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} b(m, t)$$ ：ｍ月の退院患者数

$$B = \sum_{m=1}^{M} B(m) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{t=1}^{D(m)} b(m, t)$$ ：全月の退院患者数

$$N(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} n(m, t)$$ ：ｍ月の入院受診延日数

$$N = \sum_{m=1}^{M} N(m) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{t=1}^{D(m)} n(m, t)$$ ：全月の入院受診延日数

Ｋ（ｍ）：ｍ月のレセプト件数

$$K(m) = Z(m, 0) + A(m) \qquad K = \sum_{m=1}^{M} K(m)$$

以上の記号を用いると、定義から

Ｚ（ｍ、ｔ）＝Ｚ（ｍ、ｔ－１）＋ａ（ｍ、ｔ）－ｂ（ｍ、ｔ）（ｔ＝１，２・・Ｄ（ｍ））

Ｚ（ｍ＋１、０）＝Ｚ（ｍ、０）＋Ａ（ｍ）－Ｂ（ｍ）

という関係式が成り立つ。

また、複数月の場合の病院報告の平均在院日数は、一ヶ月の場合と同様

$$\frac{N}{\frac{1}{2} \times (A + B)}$$

である。

（２）病院報告の平均在院日数にならい各月の推計新規入院件数の合計を用いる算定式

各ｍ月の推計新規入院件数、推計平均在院日数をそれぞれＳ（ｍ）、Ｈ（ｍ）とすると、一ヶ月の場合の結果から

$$S(m) = K(m) \times \frac{D(m) - \frac{N(m)}{K(m)}}{D(m) - 1}$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(A(m) + B(m)\right) + \frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m,t) - b(m,t)\}\left(t - \frac{D(m)+1}{2}\right)}{D(m) - 1}$$

$$= \frac{1}{2}\left(A(m) + B(m)\right) + \frac{1}{2}\left(Z(m,0) + Z(m,D(m))\right) - \frac{\sum_{t=1}^{D(m)-1} Z(m,t)}{D(m) - 1}$$

$$H(m) = \frac{N(m)}{S(m)} \qquad N(m) = S(m) \times H(m)$$

また、

$$J(m) = \frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m,t) - b(m,t)\}\left(t - \frac{D(m)+1}{2}\right)}{D(m) - 1} \qquad J = \sum_{m=1}^{M} J(m)$$

とすると、Ｍヶ月の推計新規入院件数ＳとＪは、

$$S = \sum_{m=1}^{M} S(m) = \frac{1}{2} \times (A + B) + J = \frac{1}{2} \times (A + B)\left(1 + \frac{J}{\frac{1}{2} \times (A + B)}\right)$$

$$J = \sum_{m=1}^{M} \left(\frac{1}{2}\left(Z(m,0) + Z(m,D(m))\right) - \frac{\sum_{t=1}^{D(m)-1} Z(m,t)}{D(m) - 1}\right)$$

$$= \sum_{m=1}^{M} \frac{D(m)+1}{D(m)-1} \left(\frac{1}{2}\left(Z(m,0) + Z(m,D(m))\right) - \frac{\sum_{t=0}^{D(m)} Z(m,t)}{D(m) + 1}\right)$$

病院報告の平均在院日数の算定方法にならい、Ｍヶ月の推計平均在院日数を

$$H = \frac{N}{S} = \frac{\sum_{m=1}^{M} N(m)}{\sum_{m=1}^{M} S(m)} = \frac{\sum_{m=1}^{M} N(m)}{\sum_{m=1}^{M} K(m) \times \frac{D(m) - \frac{N(m)}{K(m)}}{D(m) - 1}}$$

と定義する。

Ｍヶ月の推計平均在院日数が病院報告の平均在院日数と一致するための必要十分条件はＪ＝０である。Ｊ＝０であるための十分条件のひとつは、各月について、前月から継続して入院している患者数（前月末日の在院患者数）とその月の初日から末日までの各日の在院患者数からなる（Ｄ＋１）個の在院患者数の平均が、前月から継続して入院している患者数と翌月に継続して入院する患者数（末日の在院患者数）の平均であることである。

新規入院、退院の発生による評価は、一ヶ月の場合と同様の結果である。

仮定：
各m月（m＝1，2・・M）において、A（m），B（m）を既知として、数列｛a（m、t）：t＝1，2・・・D（m)｝｛b（m、t）：＝1，2・・D（m)｝が、

$$A(m)=\sum_{t=1}^{D(m)} a(m,t) \qquad B(m)=\sum_{t=1}^{D(m)} b(m,t)$$

$$a(m,t)\geqq 0,\ b(m,t)\geqq 0$$

を満たし、独立に多項分布（D（m）項分布）をするものとする。1件の新規入院、退院の発生は、t＝1、・・・D（m）のどの日も同様に確からしいとし、どの日も発生確率は$\frac{1}{D(m)}$とする。

m≠nについて、a（m，t），b（m，t）、a（n，t），b（n，t）は互いに独立とする。

結論：

$$E(S)=\frac{1}{2}\times(A+B)$$

$$V(S)=\sum_{m=1}^{M}\frac{(A(m)+B(m))\times(D(m)+1)}{12\times(D(m)-1)}$$

$$\leqq\sum_{m=1}^{M}\frac{(A(m)+B(m))\times 29}{12\times 27}=(A+B)\times\frac{29}{12\times 27}$$

$$\frac{\sqrt{V(S)}}{E(S)}=\frac{\sqrt{V(S)}}{\frac{1}{2}\times(A+B)}\leqq\sqrt{\frac{29}{3\times(A+B)\times 27}}=\sigma$$

チェビシェフの不等式から、96％（$=1-\left(\frac{1}{5}\right)^2$）以上の確率で

$$\frac{1}{2}\times(A+B)(1-5\times\sigma)\leqq S\leqq\frac{1}{2}\times(A+B)(1+5\times\sigma)$$

が成りたち、$S=\frac{N}{H}$ より、一ヶ月の場合と同様な評価を得る。

$$\frac{N}{\frac{1}{2}(A+B)\times(1+5\times\sigma)}\leqq H\leqq\frac{N}{\frac{1}{2}(A+B)\times(1-5\times\sigma)}$$

（３）　期間合計のＫ，Ｎと一ヶ月平均の月の日数で算定する簡便な算定式の導出と評価

一ヶ月の場合の計算より、

$$K = \sum_{m=1}^{M} K(m) = \frac{1}{2}(A+B) + \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{2}\{Z(m,0) + Z(m, D(m))\}$$

$$N = \sum_{m=1}^{M} N(m)$$

$$= \frac{1}{2}\times(A+B) + \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{2}\{Z(m,0) + Z(m, D(m))\} \times D(m)$$

$$+ \sum_{m=1}^{M} \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m,t) - b(m,t)\}\left(\frac{D(m)+1}{2} - t\right)$$

$T = \frac{D}{M}$ （対象期間の暦上の日数Ｄを月数Ｍで除した１ヶ月平均の日数。月の日数という。）と定義し、ＤをＴに置き換えて一ヶ月の場合にならって計算する。

$$K \times \frac{T - \frac{N}{K}}{T-1} = \frac{1}{2}\times(A+B) + \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{2}\{Z(m,0) + Z(m, D(m))\} \times (T - D(m))$$

$$+ \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^{M} \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m,t) - b(m,t)\}\left(t - \frac{D(m)+1}{2}\right)$$

Ｃ（ｍ）＝Ａ（ｍ）－Ｂ（ｍ）とおき、$\sum_{m=1}^{M} \left(T - D(m)\right) = 0$　に注意すると、次の恒等式が得られる。

$$K \times \frac{T - \frac{N}{K}}{T-1} = \frac{1}{2}\times(A+B) + \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{2}\left\{\sum_{j=1}^{m-1} 2 \times C(j) + c(m)\right\} \times (T - D(m))$$

$$+ \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^{M} \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m,t) - b(m,t)\}\left(t - \frac{D(m)+1}{2}\right)$$

このとき、

$$AJ = \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^{M} \sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m,t) - b(m,t)\}\left(t - \frac{D(m)+1}{2}\right)$$

とおくと、

$$K \times \frac{T - \frac{N}{K}}{T-1} = \frac{1}{2}\times(A+B) + AJ$$

$$+ \frac{1}{T-1} \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{2}\left\{\sum_{j=1}^{m-1} 2 \times C(j) + c(m)\right\} \times (T - D(m))$$

（２）と同様に次が成り立つ。

仮定１

Ｍ＝１２とし、各m月（m＝１，２・・１２）において、Ａ（m)，Ｂ（m）を既知として、数列｛ａ（m、ｔ）：ｔ＝１，２・・・Ｄ（m)｝｛ｂ（m、ｔ）：＝１，２・・Ｄ（m)｝が、

$$A(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} a(m,t) \quad B(m) = \sum_{t=1}^{D(m)} b(m,t)$$

$$a(m,t) \geqq 0,\ b(m,t) \geqq 0$$

を満たし、独立に多項分布（Ｄ（m）項分布）をするものとする。

１件の新規入院、退院の発生は、ｔ＝１、・・・Ｄ（m）のどの日も同様に確からしいとし、その確率は$\frac{1}{D(m)}$とする。m≠ｎについて、ａ（m，ｔ)，ｂ（m，ｔ)、ａ（ｎ，ｔ)，ｂ（ｎ，ｔ）は互いに独立とする。

仮定２

$C(m) = \frac{A-B}{D} \times D(m)$（m＝１，２・・１２）とする。

結論

$$K \times \frac{T-\frac{N}{K}}{T-1} = \frac{1}{2} \times (A+B) \times \left(1 + \frac{0.03116 \times (A-B)}{A+B} + \frac{2 \times AJ}{A+B}\right)$$

$$E\left(\frac{2 \times AJ}{A+B}\right) = 0 \qquad V\left(\frac{2 \times AJ}{A+B}\right) \leqq \frac{31^2 - 1}{3 \times (T-1)^2 \times (A+B)}$$

また、$\frac{0.03116 \times (A-B)}{A+B}$は、１２ヶ月分の計算なので季節変動が除かれるため、病院報告の結果をみると一般に僅少である。(注４)

年間合計のＮ，Ｋだけで計算できる$K \times \frac{T-\frac{N}{K}}{T-1}$を簡便法の推計新規入院件数ＡＳと呼ぶと、簡便法の推計平均在院日数ＡＨを、一ヶ月の場合とよく似た算定式で定義できる。

$$AH = \frac{N}{AS} = \frac{N}{K} \times \frac{T-1}{T-\frac{N}{K}} \qquad T = \frac{D}{M}$$

$$N = AS \times AH$$

実務上は、年間合計のＮ，Ｋを用いてＡＨを算定し、$AS = \frac{N}{AH}$とするのが便利である。

（４）複数月に関する２つの算定式の比較

（２)、（３）の２つの算定式のうち、病院報告にならって推計新規入院件数を正確に算定しているのは「各月の推計新規入院件数を求め、その期間分の合計を用いて算定する方法」である。この場合、Mカ月分について、Ｋ（m)，Ｎ（m)，Ｄ（m）から推計新規入

院件数Ｓ（m）を計算し、その合計Ｓから推計平均在院日数Ｈを求める必要がある。

一方、「期間合計のＫ，Ｎを用いた簡便な算定式」は、期間合計のＫ、Ｎと、その期間平均の月の日数Ｔを用いて、一ヶ月の計算と同じ式で推計平均在院日数ＡＨを計算するので、算定式も理解しやすく、毎月の推計新規入院件数を計算する必要がない。ただし、厳密にはＡ，Ｂが大きくなってもなお月により月の日数が異なることによる誤差が残る。

このため、季節変動が除かれ誤差が小さいことが期待されるＭ＝１２以外の場合には、簡便な算定式であることを理解しておく必要がある。

（５）複数月における一般化された病院報告の平均在院日数

各月の推計新規入院件数の合計を用いる算定式の場合、任意の実数θがｍに共通として

$$S(m) = \theta A(m) + (1-\theta) B(m) + \frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m,t)-b(m,t)\}\left(t-\left(\theta D(m)+(1-\theta)\right)\right)}{D(m)-1}$$

$$= \theta A(m) + (1-\theta) B(m) + \left(\theta Z(m,0) + (1-\theta) Z(m,D(m))\right) - \frac{\sum_{t=1}^{D(m)-1} Z(m,t)}{D(m)-1}$$

$$S = \sum_{m=1}^{M} S(m)$$

$$= \theta A + (1-\theta) B + \sum_{m=1}^{M} \frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m,t)-b(m,t)\} t - (A(m) - B(m))}{D(m)-1} - \theta (A - B)$$

$$= \theta A + (1-\theta) B + \theta Z(1, 0) + (1-\theta) Z(M, D(M))$$

$$+ \sum_{m=1}^{M-1} Z(m, D(m)) - \sum_{m=1}^{M} \frac{\sum_{t=1}^{D(m)-1} Z(m,t)}{D(m)-1}$$

一ヶ月の場合と同様の結果を得る。

Ｍヶ月の場合、Ａ≠Ｂとすると、推計平均在院日数は一般化された病院報告の平均在院日数に等しく、ただ一つの実数θが存在して

$$S = \theta A + (1-\theta) B \qquad H = \frac{N}{S} = \frac{N}{\theta A + (1-\theta) B}$$

となる。具体的には、$\theta = \sum_{m=1}^{M} \frac{\sum_{t=1}^{D(m)} \{a(m,t)-b(m,t)\} t - (A(m) - B(m))}{\left(D(m)-1\right)(A-B)}$ である。

この結果はＡ，Ｂの大きさによらない。

推計平均在院日数の分母と病院報告の平均在院日数の分母の差は、

$$\left(\theta A + \left(1-\theta\right) B\right) - \frac{1}{2}(A+B) = \left(\theta - \frac{1}{2}\right)(A-B)$$

であって、θが$\frac{1}{2}$に近いほど、またＡとＢの差が小さいほど上記の差は小さくなり、推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の分子が共通なため、Ａ，Ｂの大きさにはよらずに、推計平均在院日数と病院報告の平均在院日数の値は近くなる。

期間合計のＫ，Ｎと一ヶ月平均の月の日数で算定する簡便な算定式の場合、１か月の場合と同様にして、次の恒等式が成り立つ。

$$K=\theta A+(1-\theta)B+\sum_{m=1}^{M}\left(\theta Z(m,0)+(1-\theta)Z(m,D(m))\right)$$

$$N=\sum_{m=1}^{M}N(m)$$

$$=\theta A+(1-\theta)B+\sum_{m=1}^{M}\left(\theta Z(m,0)+(1-\theta)Z(m,D(m))\right)D(m)$$

$$+\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{D(m)}\{a(m,t)-b(m,t)\}\left(\theta D(m)+(1-\theta)-t\right)$$

$$K\times\frac{T-\frac{N}{K}}{T-1}=\theta A+(1-\theta)B$$

$$+\frac{1}{T-1}\sum_{m=1}^{M}\left(\theta Z(m,0)+(1-\theta)Z(m,D(m))\right)(T-D(m))$$

$$+\frac{1}{T-1}\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{D(m)}\{a(m,t)-b(m,t)\}\left(t-(\theta D(m)+(1-\theta))\right)$$

各月の推計新規入院件数の合計を用いる算定式の場合と同様に次の結果を得る。

$$\sum_{m=1}^{M}\left(A(m)-B(m)\right)D(m)\neq\sum_{m=1}^{M}\left(A(m)-B(m)\right)=A-B$$

のとき、ある実数θがただひとつ存在して、

$$\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{D(m)}\{a(m,t)-b(m,t)\}\left(t-(\theta D(m)+(1-\theta))\right)=0$$

このとき、推計新規入院件数について

$$AS=\frac{TK-N}{T-1}$$

$$=\theta A+(1-\theta)B+\sum_{m=1}^{M}\left\{\sum_{j=1}^{m-1}C(j)+(1-\theta)C(m)\right\}(T-D(m))$$

となり、推計平均在院日数ＡＨは、第３項の誤差を含むが一般化された病院報告の平均在院日数によく似た式となる。

$$AH=\frac{N}{\theta A+(1-\theta)B+\sum_{m=1}^{M}\left\{\sum_{j=1}^{m-1}C(j)+(1-\theta)C(m)\right\}(T-D(m))}$$

具体的には

$$\theta=\frac{\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{D(m)}\{a(m,t)-b(m,t)\}(t-1)}{\sum_{m=1}^{M}\left(A(m)-B(m)\right)(D(m)-1)}$$

（６）推計平均在院日数と都道府県別の１２カ月分の比較

ホームページにあるように、病院報告の病院の平均在院日数（介護療養病床を除く。）とレセプト統計による推計平均在院日数（診療所分含む）の都道府県別動向を比較する。平均在院日数に退院日が含まれるかどうかも考慮にいれると、対前年伸び率はほぼ一致し、実数はほぼ同一直線状にあり、極めて高い寄与度（R^2 ＝０．９５５、Ｒ＝０．９８）を示す。これは、２（２）と同様な分析により、各都道府県ごとの乖離率の年度推移は安定していることと、乖離率の都道府県格差は同程度であることから理解される。

むすび

これまでは、医療費の地域間比較などで入院レセプト件数が多いからと分かっても、新規入院件数が多いからなのか、前月からの継続入院件数が多いからなのかつまり長期入院が多いからなのか分からなかった。今後は、推計平均在院日数を用いて、

推計新規入院件数＝入院受診延日数÷推計平均在日数

により、新規入院件数を計算し、比較することができる。

入院受診延日数についても同様で、これまでは、入院受診延日数が多いのは、平均在院日数の短い方が大勢新規に入院しているのか、平均在院日数の大変長い方が少数新規に入院しているのか分からなかった。今後は、推計平均在院日数を用いて、

入院受診延日数＝推計新規入院件数　×推計平均在日数

と分解し、入院受診延日数の内訳が比較できる。

長瀬効果が記載された長瀬恒蔵氏（1886～1976）の著書「傷病統計論」では、疾病統計のうち最も基本的な事項は、現代の入院でいえば、１人当たり年間新規入院件数、１人当たり年間入院受診延日数、平均在院日数の３つであって、

１人当たり年間入院受診延日数＝１人当たり推計新規入院件数　×推計平均在日数

という関係式があり、２つわかれば残りがわかると述べている。(注５)

この式は保健統計における関係式

有病率（prevalence）＝罹患率(incidence rate)×平均疾病期間(average duration)

に相当する。　また、今後は

推計１入院当たり医療費＝推計平均在院日数×１日当たり医療費

が計算できる。これまでは、病院報告や患者調査の（退院患者）平均在院日数とレセプト統計の１日当たり医療費を組み合わせて計算したことがあったが、これからはレセプト統計だけで計算できる。

以上の式を組み合わせると、入院医療費の三要素分解ができる。

入院医療費

＝入院受診延日数×１日当たり医療費

＝推計新規入院件数（発生）×推計平均在日数（期間）×１日当たり医療費（単価）

＝推計新規入院件数　×推計１入院当たり医療費

このように、推計平均在院日数、推計新規入院件数、１入院当たり医療費は、医療保険や医療分野における活用が考えられる。

（了）

注１　厚生労働省ホームページ
http://www.mhlw.go.jp/bunya/iryouhoken/database/
○　推計平均在院日数等の動向等（平成２３年７月）
＊算定式の導出が記載されている。
推計平均在院日数等の動向等（平成２４年２月）
＊全国の月別の平均在院日数について、病院報告と推計平均在院日数の比較がある。
http://www.mhlw.go.jp/bunya/iryouhoken/database/zenpan/topics_h23.html
○　推計１入院当たり医療費、推計新規入院件数及び推計１入院当たり医療費
～入院医療費の３要素分解～
＊平成２２年の都道府県別平均在院日数について、病院報告と推計平均在院日数の比較がある。
http://www.mhlw.go.jp/bunya/iryouhoken/iryouhoken03/06.html

注２　昭和６２年度厚生行政科学研究事業報告書
「平均在院日数等の診療構造をレセプト情報から解明するためのモデルに関する研究」（主任研究者　東京大学　経済学部　国友直人）
（厚生労働省図書館所蔵）

注３
○　「基本診療料の施設基準等」（平成２０年厚生労働省告示第６２号）
第５　病院の入院基本料
別紙４　平均在院日数の算定方法

○　ＯＥＣＤが国際比較統計（Health at a Glance）としてまとめている平均在院日数（average length of stay　in hospitals）の定義は、病院報告と同様である。
http://www.oecd-ilibrary.org/sites/health_glance-2011-en/04/05/index.html?contentType=&itemId=/content/chapter/health_glance-2011-33-en&containerItemId=/content/serial/19991312&accessItemIds=/content/book/health_glance-2011-en&mimeType=text/html

Average length of stay refers to the average number of days that patients spend in hospitals. It is generally measured by dividing the total number of days stayed by all inpatients during a year by the number of admissions or discharges.
Day cases are excluded.
仮訳
平均在院日数とは、患者が病院で過ごす平均の日数である。それは、一般に、ある１年間に入院したことのあるすべての入院患者が病院で過ごした日数の合計を、新入院件数あるいは退院件数で割り算して得られる。日帰り（一泊しない）患者は、除かれる。

○「指定施設サービス等に要する費用の額の算定に関する基準」（平成１２年厚生省告示第２１号）
「指定居宅サービスに要する費用の額の算定に関する基準（短期入所サービス及び特定

施設入居者生活介護に係る部分）及び指定施設サービス等に要する費用の額の算定に関する基準の制定に伴う実施上の留意事項について（平成１２年３月８日老企第４０号、厚生省老人保健福祉局企画課長通知）

介護保健施設の平均在所日数＝

$$\frac{\text{当該施設における直近三月間の入所者延日数}}{（\text{当該施設における当該三月間の新規入所者数}＋\text{当該施設における当該三月間の新規退所者数}）\div 2}$$

○　現在、医療・医療保険分野において、４つの平均在院日数が用いられている。
　患者調査の退院患者平均在院日数、病院報告の平均在院日数、診療報酬の入院基本料等の施設基準に用いる平均在院日数、推計平均在院日数である。
　患者調査は退院患者の在院期間の実績を調査する「コーホート統計」であるが、それ以外は、平均寿命や期間合計特殊出生率等と同様に、ある期間の統計から平均在院日数等を算定する「期間統計」であって、算定方法の考え方が異なる。

注４　厚生労働省大臣官房統計情報部「病院報告」によれば、
　平成２１年、２２年の新入院患者数と退院患者数の差は、
　１４８３、２９９０
であり、新入院患者数約１４００万人の０．０２％以下である。

注５　「傷病統計論」（長瀬恒蔵　著　昭和１０年１１月）（健康保険医報社発行）
第１編　疾病統計
第１章　総説
１　基本事項
　疾病統計のうち、最も基本的な事項は次の三種類であって、疾病統計と言えばこの三種類が根幹をなすものである。　すなわち、
（１）百人（千人）中１年間に平均何回疾病または休業する程度の疾病に罹るか
（疾病度数または疾病回数）
（２）１人１年間に平均幾日間疾病のため治療または休業するか
（疾病日数）
（３）１疾病につき平均治療日数または休業日数何ほどであるか
（１件当たり疾病日数）
　一般に疾病率（Sick rate）とは、（１）の疾病度数（Frequency of cases）と（２）の疾病日数（Morbidity rate）との総称であるけれども、ある場合には疾病度数または疾病日数の一つを呼称することがあって必ずしも一定せざるもこの両者を併合して考えることが疾病統計上必要なことである。
なお（１）（２）及び（３）のうちいずれか２つの事実が分かれば他の一つは算出することができるわけである。(第４章＊)

＊　第４章
百人当たり疾病日数＝百人当たり疾病件数×１件当たり疾病日数